

Frage

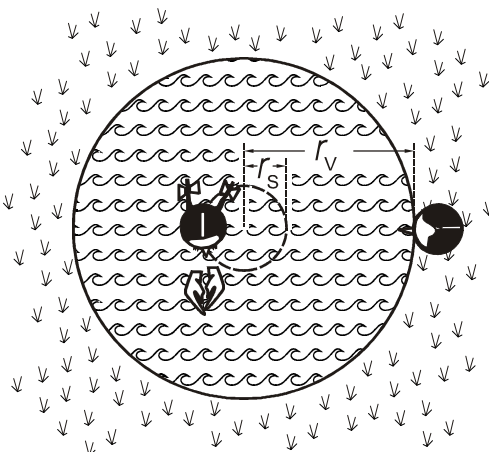
Eine Schwimmerin befindet sich in der Mitte eines kreisrunden Sees. Schwimmend ist sie genau ein viertel so schnell wie ihr Verfolger zu Fuß am Ufer. An Land könnte die Schwimmerin dann schneller laufen als ihr Verfolger. Kann Sie ihm entkommen?

Antwort

Sie kann! Sie schafft es in zwei Schritten:

1. Von der Mitte aus schwimmt sie spiralförmig solange nach außen, bis sie sich auf der Gegenseite des Verfolgers befindet (siehe Abbildung rechts). Da die **S**chwimmerin nur ein

Viertel so schnell ist wie der **V**erfolger ( $v_s = v_v / 4$ ), schafft sie das maximal bis zu einem Radius von  $r_s = r_v / 4$ .



2. Von dieser Position (siehe Abbildung) aus schwimmt sie nun auf kürzestem Weg nach links ans Ufer und rennt weg.

Behauptung: Sie schafft es, wenn sie für die restliche Schwimmstrecke weniger Zeit  $t_s$  benötigt, als der Verfolger am Ufer entlang um den halben See herum ( $t_v$ ), d.h., wenn  $t_s < t_v$ .

Die Zeiten können ausgedrückt werden durch die Strecken und Geschwindigkeiten  $(r_v - r_s)/v_s < (r_v \cdot \pi)/v_v$ .

Die Gleichungen von 1. eingesetzt ergibt

$$(4r_s - r_s)/v_s < (4r_s \cdot \pi)/4v_s,$$

vereinfacht erhalten wir folglich  $3 < \pi$ .

Damit ist die Behauptung bewiesen!